

Mit der entsprechenden Entwicklung für $\langle s\,m_s |$ und bei Berücksichtigung von

$$P_{12} \left| \frac{1}{2} (1) \frac{1}{2} (2) s'_{12} \frac{1}{2} (3) s' m_s \right\rangle = (-)^{1-s'_{12}} \left| \frac{1}{2} (1) \frac{1}{2} (2) s'_{12} \frac{1}{2} (3) s' m_s \right\rangle ,$$
$$W \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} s \frac{1}{2} ; 0\,1 \right) = (-)^{s-1/2} W \left(\frac{1}{2} 0\,1 \frac{1}{2} ; \frac{1}{2} s \right) = \frac{1}{4} \left[\frac{(5+2s)(3-2s)}{3} \right]^{1/2} , \quad W \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} s \frac{1}{2} , 1\,1 \right) = \frac{2s+1}{12} ,$$

erhält man sofort das Resultat von MOTZ und SCHWINGER ⁴ $\langle s\,m_s | P_{12}^\sigma | s' m_s \rangle = \frac{1}{2} [s(s+1) - \frac{3}{4}] \delta_{ss'} \delta_{m_s m_s'} .$

Anhang 4. Die reduzierten Spinmatrizen

Mit Hilfe der Tabellen für die W - und X -Koeffizienten ²⁵ erhalten wir aus den Gln. (59) und (60) die Tab. 6.

$(s \parallel (\sigma_1 + \sigma_2) \parallel s')$			$(s \parallel (\sigma_2 + \sigma_3) P_{12} \parallel s')$		
$s \backslash s'$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$s \backslash s'$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$
$\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$	$\sqrt{\frac{2}{3}}$	$\frac{1}{2}$	$-2\sqrt{\frac{1}{3}}$	$-2\sqrt{\frac{2}{3}}$
$\frac{3}{2}$	$-\sqrt{\frac{1}{3}}$	$2\sqrt{\frac{5}{3}}$	$\frac{3}{2}$	$-\sqrt{\frac{1}{3}}$	$2\sqrt{\frac{5}{3}}$

Tab. 6.

²⁵ MATSUNOBU, HIROYUKI U. TAKEBE HISAO, Prog. Theor. Phys. 14, 589 [1955].

Messung des differentiellen Streuquerschnittes und der mittleren Energieänderung bei der Streuung langsamer Neutronen an Wasser und Eis

Von CHRISTIAN REINSCH und TASSO SPRINGER

Aus dem Laboratorium für Technische Physik der Technischen Hochschule München
(Z. Naturforschg. 16 a, 112—116 [1961] ; eingegangen am 6. Oktober 1960)

Es wurden Neutronen mit Energien von 0,039 und 0,078 eV an dünnen Schichten von Wasser und Eis verschiedener Temperaturen gestreut. Die Winkelverteilung der Streuneutronen wurde durch einen Li⁶J-Szintillationszähler mit einer Nachweisempfindlichkeit von nahezu 100% bestimmt und hieraus der differentielle Streuquerschnitt $\sigma(\vartheta)$ berechnet. Es ergab sich nur ein geringer Unterschied zwischen Wasser und Eis; er rührt hauptsächlich vom Beitrag der kohärenten Streuung im Eis her, welcher im Wasser verschwindet. Ferner wurde aus Transmissionsversuchen mit Silberfolien die Änderung der mittleren Neutronenenergie bestimmt. Ein Vergleich mit der Theorie von NELKIN kann später durchgeführt werden.

Die hinsichtlich der Energie E' nach der Streuung und des Streuwinkels ϑ differentiellen Wirkungsquerschnitte $\sigma(E, E', \vartheta, T)$ von Wasser werden als Funktion der Energie E vor der Streuung und der Proben temperatur T in vielfältiger Weise zur Lösung von Moderations- und Transportproblemen in der Reaktorthorie benötigt. Die Daten für Eis besitzen neuerdings Bedeutung für die Dimensionierung von Anordnungen, mit denen man Neutronen

auf sehr tiefe Temperaturen „herunterkühlen“ kann ¹; man hofft damit hohe subthermische Intensitäten für die Neutronenspektroskopie zu erzielen.
Der erfolgreichste Versuch einer Berechnung der zweifach differentiellen Wirkungsquerschnitte stammt

¹ C. N. KELBER, ORNL-2739 [1958]; L. B. BORST, Sympos. on Inelastic Scattering of Neutrons in Solids and Liquids, Vienna, October 1960, Rpt. IS/A/30.



VON NELKIN² nach dem Kalkül von ZEMACH und GLAUBER. Dabei wird die Bewegung eines Wassermoleküls durch ein Modell beschrieben, bei dem die drei Freiheitsgrade der Translation völlig unbehindert sein sollen, während die drei Freiheitsgrade der Rotation so stark behindert angenommen werden, daß sie sich durch harmonische Torsionsschwingungen darstellen lassen. Ihr Niveauabstand ergibt sich aus RAMAN- und Neutronen-spektroskopischen Untersuchungen³ zu 0,06 bis 0,07 eV. Die Annahme einer unbehinderten Translation ist näherungsweise zulässig, solange der DEBYE-WALLER-Faktor

$$w(E, T) = e^{-2W} \quad (1)$$

klein gegen 1 ist. Beschreibt man die Translationschwingungen durch eine DEBYE-Temperatur Θ und bezeichnet man die relative Molekülmasse mit $M=18$, so ergibt sich für $T > \Theta$ unter Vernachlässigung der Torsion

$$2W = [6kT/M(k\Theta)^2] (E + E' - 2\sqrt{EE'} \cos \vartheta) \\ (1 + \Theta^2/36T^2 - \dots),$$

wobei E' die Energie nach der Streuung bedeutet. Die Prüfung der Theorie durch Vergleich des berechneten integralen Streuquerschnittes⁴

$$\sigma_s = \int_0^\infty dE' \int_{(4\pi)} d\Omega \sigma(E, E', \vartheta, T)$$

mit den Messungen⁵ zeigt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen 0,01 und 0,5 eV, obwohl das obige Kriterium für 0,01 eV mit $e^{-2W} \approx 0,2$ nur noch knapp erfüllt ist (in $2W$ wurde dabei für die Abschätzung $E=E'$, $\vartheta=90^\circ$ gesetzt).

Eine einwandfreie Prüfung der Theorie erfordert die genaue quantitative Messung des zweifach differentiellen Wirkungsquerschnittes $\sigma(E, E', \vartheta, T)$, die noch Schwierigkeiten bereitet (zu geringe Intensitäten, sowie systematische Unsicherheiten wegen der Nachweisempfindlichkeit der Neutronenzähler). Deshalb wurde versucht, die Theorie an Hand des einfach differentiellen Streuquerschnittes

$$\sigma(\vartheta) = \int_0^\infty dE' \sigma(E, E', \vartheta, T)$$

zu prüfen. Messungen von $\sigma(\vartheta)$ mit Borzählrohren wurden bereits durchgeführt^{3, 6}. Da die Energiever-

teilung nach dem Stoß von ϑ abhängt und ziemlich breit ist, ergeben diese Messungen allerdings nur die mittlere Größe

$$\sigma'(\vartheta) = \int_0^\infty dE' \sigma(E, E', \vartheta, T) \cdot a(E'),$$

wobei die Bestimmung der Zählrohrempfindlichkeit $a(E')$ schwierig ist und stets mit einer gewissen systematischen Unsicherheit behaftet sein dürfte. Eine einwandfreie Bestimmung von $\sigma(\vartheta)$ ist nur mit einem für die vorkommenden Neutronenenergien praktisch „schwarzen“ Zähler möglich. In diesem Sinne wurde von uns ein hochangereicherter LiJ-Szintillationskristall (96% Li⁶) von 4 mm Dicke und 1,5'' ϕ verwendet, bei dem (bis $E'=0,15$ eV) $a(E') \geq 90\%$ ist. Die Verwendung eines Beugungsspektrometers zur Monochromatisierung der einfallenden Neutronen erweist sich hinsichtlich des Streu- γ -Untergrundes als sehr vorteilhaft, da hierbei die Streuprobe nicht im direkten, sondern im gebeugten Strahl außerhalb der Strahlrohrachse sitzt. Mittels eines Einkanaldiskriminators kann die Li(n, α)-Linie sehr gut vom verbleibenden kontinuierlichen Raum- γ -Untergrund getrennt werden. Durch Mittelung von $\cos \vartheta$ über die erhaltenen $\sigma(\vartheta)$ -Kurven wurde der in der Reaktorthorie gebräuchliche Mittelwert $\overline{\cos \vartheta}$ berechnet. Ferner wurde der mittlere Energieverlust pro Stoß an Hand von Transmissionsversuchen gemessen. Er erlaubt zusätzlich einen integralen Vergleich mit der Theorie. Zum Anschluß an die in der Reaktorthorie gebräuchlichen Größen wurde durch Wahl einer geeigneten Filterdicke das logarithmische Bremsvermögen $\bar{\xi} \sigma_s$ bis auf die zweiten Momente des Energieverlustes $(1 - E'/E)^2$ genau bestimmt. Transmissionsmessungen an den gestreuten Neutronen wurden bereits früher von McREYNOLDS⁶ an H₂O, ZrH und Plexiglas durchgeführt. Unsere Messungen sollen später durch numerische Integration der von NELKIN angegebenen Streuquerschnitte über E' mit der Theorie verglichen werden, wobei zumindest für nicht zu kleine Streuwinkel Übereinstimmung erwartet werden darf.

Die Meßanordnung zeigt Abb. 1. Das Blei-Einkristallspektrometer, welches eine feste Abschirmung besitzt, befindet sich am Strahlrohr P 3 des FRM-Reaktors. Sein Auflösungsvermögen beträgt im verwendeten Energie-

² M. S. NELKIN, Phys. Rev. **119**, 741 [1960]. — A. C. ZEMACH u. R. J. GLAUBER, Phys. Rev. **101**, 118 [1956].

³ Vgl. hierzu z. B. N. B. BROCKHOUSE, Nuovo Cim. **9**, Suppl. 1, 45 [1958].

⁴ Alle Wirkungsquerschnitte sind pro Proton im H₂O-Mole-

kül zu verstehen. Der Beitrag der O-Streuung wird vernachlässigt.

⁵ E. MELKONIAN, Phys. Rev. **76**, 1750 [1949].

⁶ A. W. McREYNOLDS, M. S. NELKIN, M. N. ROSENBLUTH u. W. L. WHITTEMORE, Proc. Intern. Geneva Conf. **16**, 297 [1958].

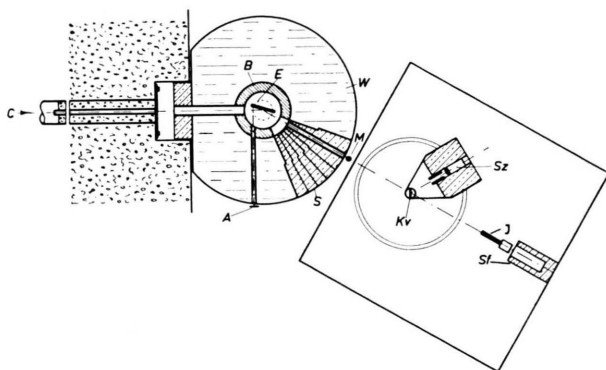


Abb. 1. Experimentelle Anordnung. E = Pb-Einkristall; A = Achse zur Verstellung des Kristalles; B = Bleiabschirmung von 9 cm; S = auswechselbare Abschirmsegmente; W = Wassertank; Kv = Küvette; Sz = Sziintillationszähler; Sf = Strahlfänger; C = Reaktorkern; M = Monitor; J = Justierzählrohr.

bereich etwa $\Delta E/E \approx \pm 8\%$. Die Beimengung von Neutronen höherer Ordnung im gebeugten Strahl wurde durch Transmissionsversuche mit verschiedenen dicken Goldfolien experimentell bestimmt. Sie betrug bei 0,039 eV etwa 10% der Intensität erster Ordnung; bei 0,078 eV war sie unmeßbar klein. Als Streuprobe diente eine flache Aluminiumküvette ($5,7 \times 6,5 \text{ cm}^2$, Wandstärke 0,5 mm, Probendicke 0,5 mm) in einem durch flüssigen Stickstoff gekühlten Kryostaten. Die Küvette wird in der Winkelhalbierenden zwischen einfallendem und gestreutem Strahl geführt. Die Probentemperatur wird direkt im Strahl gemessen. Die Streuwahrscheinlichkeit in der Probe beträgt zwischen 10 und 15%. Der Sziintillationszähler ist nur mit Borparaffin (etwa 10 cm dick) abgeschirmt, da der nach Diskrimination verbleibende Untergrund überwiegend von Neutronen herrührt. Die Zählraten im Sziintillationszähler lagen zwischen 300 und 6000 Impulsen pro Minute. Als Monitor für die einfallende Intensität diente ein BF_3 -Zählrohr. Der mit der leeren Küvette bestimmte Zähleruntergrund beträgt bei $\vartheta = 90^\circ$ rund 40%, bei $\vartheta = 10^\circ$ rund 100% und bei $\vartheta = 170^\circ$ rund 350% der Nettointensität.

Die differentiellen Wirkungsquerschnitte bei verschiedenen Energien und Probentemperaturen, die aus den Intensitätsverteilungen berechnet wurden, sind in Abb. 2 dargestellt. Die Kurven sind auf die Fläche eins normiert; der dabei durch die Extrapolation auf $\vartheta = 0^\circ$ und $\vartheta = 180^\circ$ begangene Fehler ist vernachlässigbar klein. Eine Korrektur bezüglich des geringen Einflusses der höheren Ordnung im einfallenden Strahl wurde nicht durchgeführt. Die Mehrfachstreuung, welche maximal 16% der Einfachstreuung ausmacht, wurde nach der Theorie von

VINEYARD⁸ eliminiert. Zur Kontrolle wurde eine Messung mit einer 20% dünneren Wasserschicht wiederholt. Beide Messungen führten zu den gleichen Ergebnissen.

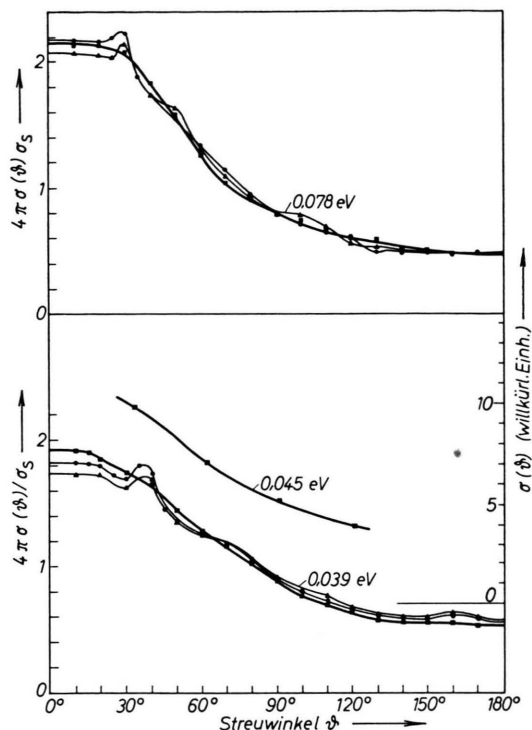


Abb. 2. Differentielle Streuquerschnitte von H_2O für verschiedene Energien E und Probentemperaturen T in Einheiten von $\sigma_s/4\pi = \int \sigma(\vartheta) d\Omega/4\pi$. Da σ_s sehr wenig von T abhängt⁷, konnten die zum gleichen E gehörigen Kurven mit demselben Ordinatenmaßstab versehen werden.

Oben: $E = 0,078 \text{ eV}$; ■ $T = 21^\circ \text{C}$; ● -15°C ; ▲ -160°C . Mitte: $E = 0,045 \text{ eV}$; ■ in willkürlichen Einheiten nach⁶, Zimmertemperatur (Messung mit Zählrohr). Unten: $0,039 \text{ eV}$; ▲ -55°C , sonst wie oben.

Die aus den Kurven der Abb. 2 berechneten Werte des mittleren Cosinus sind in Tab. 1 zusammengestellt.

$E \backslash T$	-160°C	-55°C	-15°C	$+21^\circ \text{C}$
0,039 eV	—	0,20	0,21	0,22
0,078 eV	0,28	—	0,28	0,27

Tab. 1. $\overline{\cos \vartheta} = \frac{\int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\Omega \sigma(E, E', \vartheta, T)}{\int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\Omega \sigma(E, E', \vartheta, T)}$ für verschiedene Einfallensenergien E und Probentemperaturen T in Wasser und Eis. Der Fehler ist etwa $\pm 0,01$.

⁷ K. HEINLOTH u. T. SPRINGER, Sympos. on Inelastic Scattering of Neutrons in Solids and Liquids, Vienna, October 1960, Rpt. IS/A/6.

⁸ G. H. VINEYARD, Phys. Rev. **96**, 93 [1954].

Die Ergebnisse lassen folgende qualitative Deutung zu: Der Wirkungsquerschnitt $\sigma(\vartheta)$ setzt sich aus einem inkohärenten und einem kohärenten Anteil zusammen, wobei der inkohärente Beitrag überwiegt. Dieser kann in einen elastischen und einen inelastischen Anteil aufgegliedert werden. Ersterer ist dem DEBYE-WALLER-Faktor (1) proportional, wobei man hier für $2W$ folgende einfache Darstellung findet

$$2W = 16 \pi^2 u^2 \sin^2(\vartheta/2) / \lambda^2, \quad (1a)$$

λ ist dabei die Wellenlänge des Neutrons; die mittlere Auslenkung u setzt sich quadratisch zusammen aus den Beiträgen der behinderten Translationschwingung, der Torsionsschwingung und der inneren Molekülschwingungen, wobei der Translationsanteil bei weitem überwiegt. u^2 ist proportional zum Mittelwert der reziproken Schwingungsenergien, die beim Schmelzen abnehmen (DEBYE-Temperatur Θ von 250° auf 120°K , E_{tors} von 0,07 auf 0,06 eV, siehe Zusammenstellung in ^{7,9}). Somit fällt der elastische Anteil (1a) bei Wasser steiler ab als bei Eis. Der inelastische Anteil $\sigma_{\text{inel}}(\vartheta)$ weist ein sehr flaches Maximum bei Streuwinkeln von etwa 60° auf (siehe z. B. Anm. ³). Er nimmt beim Schmelzen zu, weil die Zahl der Anregungsmöglichkeiten für unelastische Prozesse mit abnehmender DEBYE-Temperatur ansteigt. Dadurch wird die Änderung des elastischen Anteils beim Schmelzen offenbar weitgehend ausgeglichen, so daß sich die Kurven für Eis und Wasser nur wenig unterscheiden. Das bestätigt, daß der Einfluß der Gitterkräfte auf $\sigma(\vartheta)$ insgesamt gering ist, d. h. daß die Behinderung der Translationsbewegung tatsächlich eine unwesentliche Rolle spielt. Wie frühere Messungen ⁷ zeigten, ändert sich für Energien oberhalb 0,03 eV der integrale Streuquerschnitt σ_s beim Schmelzen überhaupt nicht, bei Energien im Bereich um 10^{-3} eV dagegen sehr stark. Auf den Einfluß des Schmelzens auf $\sigma(\vartheta)$ bei Blei hat EGELSTAFF ¹⁰ hingewiesen. Das deutliche Maximum von $\sigma(\vartheta)$ für Eis bei $\vartheta = 28^\circ$ (0,078 eV) bzw. bei $\vartheta = 37^\circ$ (0,039 eV) ist mit großer Wahrscheinlichkeit durch die kohärente Streuung auf Grund der Interferenzen zwischen verschiedenen Molekülen zu erklären. Das Verschwinden dieses Maximums beim

Schmelzen sowie seine Verschiebung mit zunehmender Energie nach kleineren Winkeln bestätigt diese Auffassung. Infolge der geringen Winkelauflösung der Meßanordnung bezüglich des Streuwinkels (etwa 5°) handelt es sich bei dem Maximum nicht um den Reflex einer einzelnen Netzebenenschar, sondern um eine Häufung von Reflexen, die bei den beobachteten Winkeln tatsächlich zu erwarten ist. Der Beitrag der Interferenzen innerhalb der Moleküle, der auch bei Wasser vorhanden ist, liefert nur sehr flache Maxima.

Weitere Messungen wurden angestellt, um das logarithmische Bremsvermögen pro Stoß an Hand von Transmissionsversuchen mit einem $1/\nu$ -Absorber (Silber) zu bestimmen. Es ist

$$\bar{\xi} \sigma_s = \int_0^\infty dE' \int_{(4\pi)} d\Omega \sigma(E, E', \vartheta, T) \ln(E/E') \\ = (\langle \varepsilon \rangle + \langle \varepsilon^2 \rangle / 2 + \dots) \sigma_s \quad (2)$$

mit

$$\langle \varepsilon^n \rangle = \int_0^\infty dE' \int_{(4\pi)} d\Omega \sigma(E, E', \vartheta, T) \cdot (E - E')^n / E^n \sigma_s(E).$$

Aus Transmissionsversuchen findet man die Größe

$$S = \int_0^\infty dE' \int_{(4\pi)} d\Omega \sigma(E, E', \vartheta, T) e^{-\alpha \sqrt{E/E'}} / \sigma_s \\ = e^{-\alpha} [1 - \alpha \langle \varepsilon \rangle / 2 + \alpha \langle \varepsilon^2 \rangle (\alpha/8 - 3/8) + \dots] \quad (3)$$

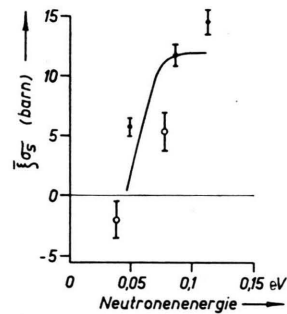


Abb. 3. Bremsvermögen $\bar{\xi} \sigma_s$ pro Proton von Wasser bei 21°C , experimentell bestimmt mit Gl. (4) für verschiedene Neutronen-Energien (o). Eingetragener Fehler: statistisch allein; Gesamtfehler: mindestens doppelt so groß. Die Meßpunkte (●) und die theoretische Kurve (ausgezogen) sind einer anderen Arbeit ⁶ entnommen.

⁹ D. J. HUGHES, H. PALEVSKY, W. KLEY u. E. TUNKALO, Phys. Rev. **119**, 872 [1960].

¹⁰ P. A. EGELSTAFF (Proc. Intern. Geneva Conf. 1955, **2**, 147, Diskussionsbemerkung) fand für kleine Streuwinkel beim Schmelzen von Blei eine stufenförmige Zunahme des dif-

ferentiellen Streuquerschnittes. Für größere Winkel war keine Stufe mehr zu beobachten.

¹¹ Die Messung des linearen Energieverlustes, die $\alpha=3$ verlangen würde, ist aus Intensitätsgründen schwer durchzuführen.

Dabei ist $\alpha = n \cdot \sigma_t$; σ_t ist der totale Wirkungsquerschnitt des Filtermaterials bei $E = E'$ und n seine Atomdichte pro Flächeneinheit. Wählt man $\alpha = 1$, so stimmen (2) und (3) in ihren ersten und zweiten Momenten überein¹¹ und bei Vernachlässigung der höheren Momente wird

$$\bar{\xi} = 2(1 - e S) . \quad (4)$$

Die Ergebnisse zeigt Abb. 3. Der steile Anstieg rührt daher, daß die Einfallsenergie bei 0,06 eV

gerade die Anregungsschwelle der Torsionsschwingungen überschreitet. Die Diskrepanz zwischen Theorie und Experimenten folgt wahrscheinlich aus der Annahme einer einzigen Frequenz für die Torsionsschwingungen. Eine ausführlichere Beschreibung und Diskussion der Messungen, sowie einige weitere Ergebnisse werden später veröffentlicht¹².

Herrn Professor H. MAIER-LEIBNITZ danken wir für die Anregung und Förderung dieser Arbeit.

¹² An m. b. d. Korr.: Die von McREYNOLDS und WHITEMORE (Symposium on Inelastic Scattering of Neutrons in Solids and Liquids, Vienna, October 1960) angegebenen

Werte für $\overline{\cos \vartheta}$, die nach NELKIN² berechnet wurden, stimmen mit unseren sowie mit den dort angegebenen Messungen gut überein.

Zum Variationsverfahren für die Transportgrößen in Elektronenleitern

VON RUDOLF KLEIN

Aus dem Institut für theoretische Physik der Technischen Hochschule Braunschweig

(Z. Naturforschg. 16 a, 116—121 [1961]; eingegangen am 12. September 1960)

Die statistische Fundamentalgleichung für Transportvorgänge wird nach KOHLER durch ein Variationsprinzip ersetzt. Die Variationsfunktionen werden in dieser Arbeit nicht wie bisher nach Potenzen der Energie, sondern nach einem System von Polynomen der Energie entwickelt. Diese Polynome werden dem Stoßoperator in der Weise angepaßt, daß sie ein vollständiges Orthogonalsystem bilden. Dadurch wird gegenüber der bisher benutzten Methode eine bedeutende Rechenvereinfachung und eine größere Übersichtlichkeit bei der praktischen Durchführung des Variationsverfahrens erreicht. Die Transportgrößen werden hier durch Summen dargestellt. Ein weiterer Vorteil dieses Verfahrens besteht darin, daß die Entwicklungskoeffizienten vorangegangener Näherungen sich im Zuge weiterer Rechnungen nicht mehr ändern.

Bei der Berechnung der makroskopischen Transportgrößen, wie elektrischer und thermischer Leitfähigkeiten und Thermokraft in Festkörpern, ist neben der Erfassung der mikroskopischen Prozesse (Elektron – Phonon-Wechselwirkung etc.) die Lösung der statistischen Fundamentalgleichung oder BOLTZMANN-Gleichung das Hauptproblem. Diese Integralgleichung für die Verteilungsfunktion der Elektronen kann in gewissen Spezialfällen gelöst werden, aber alle erhaltenen Lösungen haben nur begrenzte Gültigkeit. Eine zugkräftigere Methode zur Lösung besteht darin, daß die BOLTZMANN-Gleichung in ein Variationsproblem umgeschrieben wird¹⁻³. Diese Lösungsmethode ergibt sich, wenn man die Bedingung für einen stationären Zustand der Elektronenverteilung als ein Variationsproblem formuliert, wovon KOHLER zeigte, daß es sich dabei um einen Spezialfall des allgemeinen Theorems maximaler Entro-

pie-Vermehrung in der Thermodynamik irreversibler Prozesse handelt. Die Lösung der BOLTZMANN-Gleichung auf diese Art ist damit mehr als ein mathematisches Verfahren, sondern auch ein physikalisches Prinzip.

Während gewöhnlich die BOLTZMANN-Gleichung gelöst wird, um die Elektronenverteilungsfunktion zu erhalten, woraus man dann die Ströme berechnen kann und dann erst die Transportgrößen, kann man mit Hilfe des Variationsprinzips diese Größen einfacher erhalten. Man schreibt die BOLTZMANN-Gleichung in der Operatorform

$$\mathcal{Q}(F) = G ,$$

wo \mathcal{Q} der Integraloperator der Änderung der Verteilungsfunktion durch Stöße ist und G den Einfluß äußerer Felder und Temperaturgradienten beschreibt. Dann ist diese Gleichung durch ein Variationsprin-

¹ M. KOHLER, Z. Phys. 124, 772 [1948].

² M. KOHLER, Z. Phys. 125, 679 [1949].

³ E. H. SONDHEIMER, Proc. Roy. Soc., Lond. A 203, 75 [1950].